

NUMERISCHE UNTERSUCHUNG DER DURCH SCHWAPPEN INDUZIERTEN BELASTUNGEN AUF KAPAZITIVE ROHRSENSOREN IM VORDEREN TANK DER DLH-25 FLUGZEUGKONFIGURATION

V. Weinig*, A. Winter*, D. Schulze*, K. Kochan*

* Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Fakultät Luftfahrt-und Fahrzeugsysteme, Berliner Tor 9
20099, Hamburg, Deutschland

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die durch Schwappen induzierten mechanischen Belastungen auf vier dünnwandige kapazitive Rohrsensoren im vorderen LH₂-Tank der DLH-25 numerisch untersucht. Hierzu wird in COMSOL Multiphysics ein dreidimensionales Zweiphasenströmungsmodell aufgebaut, bei dem die Phasengrenze zwischen flüssigem und gasförmigem Wasserstoff mit der Level-Set-Methode beschrieben wird. Als transienter Lastfall wird ein Startabbruch betrachtet. Für LH₂-Füllstände von 30 %, 50 % und 80 % werden die aus der Schwappbewegung resultierenden dynamischen Einspannmomente an vier Sensorpositionen bestimmt und in lokalen Sensorkoordinaten hinsichtlich Biegebeanspruchung ausgewertet. Die Ergebnisse zeigen eine ausgeprägte Abhängigkeit der lokalen Sensorbelastung von Sensorposition und Füllstand. Während die maximalen dynamischen Einspannmomente bei drei Sensorpositionen mit zunehmendem Füllstand abnehmen, zeigt eine Sensorposition einen gegenläufigen Trend. Die Belastung wird dabei überwiegend durch Biegung bestimmt. Obwohl die absoluten Momentenwerte vergleichsweise gering erscheinen, stellen die schwappinduzierten Lasten gegenüber dem durch das Sensoreigengewicht verursachten Biegemoment einen relevanten zusätzlichen Lastanteil dar. Die Ergebnisse liefern damit eine quantitative Grundlage für die nachfolgende strukturmekanische Bewertung der Sensoren und ihrer Befestigungen unter kryogenen Bedingungen.

Keywords

flüssiger Wasserstoff; Schwappen; Startabbruch; CFD; DLH-25; Sensorbelastung; Einspannmoment

1. EINLEITUNG

Die exakte Erfassung des Füllstandes kryogener Flüssigkeiten, wie flüssigem Wasserstoff (LH₂), ist von entscheidender Bedeutung für den sicheren Betrieb luftfahrttechnischer Systeme. Insbesondere während transienter Flugphasen, wie einem Startabbruch (Rejected Take-Off, RTO), treten durch abrupte Beschleunigungsänderungen komplexe hydrodynamische Phänomene auf, die als Schwappen bezeichnet werden. Diese erzeugen instationäre Druck- und Geschwindigkeitsfelder innerhalb des Tanks, welche mechanische Belastungen auf die eingebauten Sensorstrukturen induzieren. Ein Startabbruch (Rejected Take-Off, RTO) stellt einen sicherheitsrelevanten transienten Lastfall dar, bei dem infolge der abrupten Änderung der Längsbeschleunigung ausgeprägte Schwappbewegungen in teilweise gefüllten Tanks auftreten können [1], [2]. Die daraus resultierenden instationären Fluidlasten können insbesondere für im Tank angeordnete Sensorstrukturen mechanisch relevant sein. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgt eine numerische Untersuchung des Schwappverhaltens im vorderen Tank der DLH-25, vgl. Bild 1.

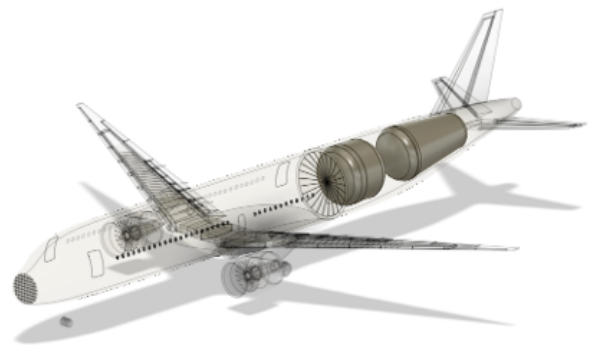


BILD 1. Abbildung erstellt durch den Autor; 3D-Daten mit freundlicher Unterstützung von M. Kotzem et al. (DLR-SL) [3]

Der Fokus der Untersuchung liegt auf kapazitiven Rohrsensoren, die paarweise unter einem Winkel von 45° an den Polkappen des LH₂-Tanks installiert sind und der Füllstandsmessung dienen, vgl. Bild 2. Die zugrunde liegende numerische Analyse basiert auf transienten Strömungssimulationen in COMSOL Multiphysics unter Verwendung der Navier-Stokes-Gleichungen für laminare, inkompressible und instationäre Strömungen. Die Phasengren-

ze zwischen Flüssigkeit und Gas wird mittels der Level-Set-Methode modelliert. Der in der Analyse fokussierte Lastfall des Startabbruchs wurde auf Basis der verfügbaren Daten der DLH-25 parametrisiert [3], [4]. Die resultierenden dynamischen Lasten wurden zur Berechnung der Momentverteilungen auf die Sensoren herangezogen. Die vorliegende Untersuchung zielt darauf ab, die während eines Startabbruchs auftretenden Sensorlasten zu quantifizieren und den Einfluss des Füllstandes sowie der Sensorposition zu bewerten. Die Ergebnisse dienen als Grundlage für eine nachfolgende strukturelle Bewertung der Sensoren und ihrer Befestigungen.

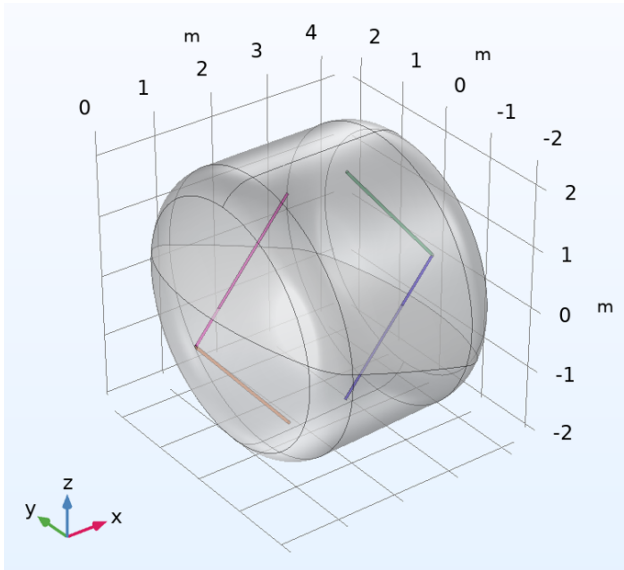


BILD 2. Tankmodell mit den kapazitiven Rohrsensoren 1-4. Orange (Sensor 1), Magenta (Sensor 2), Grün (Sensor 3), Blau (Sensor 4)

2. STAND DER TECHNIK

Das Schwappen bezeichnet die relativen Flüssigkeitsbewegungen in teilweise gefüllten Behältern, die infolge äußerer Anregungen, bspw. durch Beschleunigungen, strukturelle Schwingungen oder seismische Ereignisse, auftreten. Charakteristisch ist die Ausbildung einer frei beweglichen Flüssigkeitsoberfläche, deren Dynamik zu erheblichen hydrodynamischen Kräften und Druckimpulsen auf die Tankwände führen kann. Diese Beanspruchungen stellen in zahlreichen Ingenieur Anwendungen ein zentrales Sicherheits- und Auslegungsproblem dar. Für viele technische Systeme kann die Flüssigkeitsbewegung in guter Näherung als nicht-viskos, inkompressible, und drehungsfreie Strömung beschrieben werden, sodass die Potentialtheorie zur Anwendung kommt. Nagashima [5] zeigt, dass die freien Oberflächenbewegungen in starren Behältern mit linearem Potentialflussmodell hinreichend präzise erfasst werden können, solange die Wellenamplituden klein bleiben und keine ausgeprägten nichtlinearen Effekte auftreten.

Unter diesen Annahmen lassen sich die Eigenfrequenzen und Eigenmoden der freien Oberfläche bestimmen, die das Schwingungsverhalten maßgeblich prägen. Für stark nichtlineare Phänomene, wie Wellenbrechen, Jet-Bildung oder Aufprallereignisse, reichen lineare Beschreibungen jedoch nicht mehr aus. In solchen Fällen kommen CFD-Verfahren zum Einsatz, die auch phasengetrennte, turbulente und transient stark nichtlineare Vorgänge abbilden können. Dies wird u. a. in den Arbeiten von Lee et al. [6] für LNG-Tanks sowie in Firoozkoohi [7] Untersuchungen zu freier Oberflächenfragmentierung und Jet-Impact bestätigt.

Bei experimentellen und numerischen Studien spielen dimensionslose Kennzahlen eine zentrale Rolle. Das Froude-Gesetz dient üblicherweise als Grundlage für die Modellskalierung. Lee et al. [6] zeigen, dass dabei nicht alle Parameter skalengetreu übertragen werden können, insbesondere Viskosität, Dichteverhältnis zwischen Flüssigkeit und Gasphase sowie Ullage-Gas-Kompressibilität bleiben ungematcht und müssen hinsichtlich ihrer Sensitivität geprüft werden. Während Viskosität und Dichteverhältnis geringe Einflüsse auf die Druckspitzen zeigen, kann die Kompressibilität des Gaspolsters eine erhebliche Rolle spielen. Die stärksten Belastungen treten häufig bei Resonanzanregung auf, wenn die äußere Anregungsfrequenz einer natürlichen Schwapp-Eigenfrequenz entspricht. Zhao et al. [8] zeigen für rechteckige LNG-Tanks unter erzwungener Bewegung, dass besonders die erste Eigenmode das Antwortverhalten dominiert und nichtlineare Effekte wie Wellenüberhöhung und Instabilitäten schnell auftreten können. Zur Reduktion der Schwapp-Bewegung werden häufig Baffles und Screens eingesetzt. Wang et al. analysieren baffelbewehrte zylindrische Tanks und zeigen, dass die erste Schwapp-Masse häufig ausreicht, um das dynamische Verhalten des Systems hinreichend genau zu beschreiben. Die Position und Länge der Baffles beeinflussen Schwapp-Massen und Kräfte signifikant [9]. Nichtlineare Effekte verstärken sich insbesondere bei hohen Füllständen, großen Anregungsamplituden, geometrischen Diskontinuitäten wie Baffles oder Screens und transienten Lastimpulsen. In Firoozkoohi [7] Experimenten an Tanks mit Screens wurden zahlreiche Wall-Impact-Ereignisse, Überströmen, Wellenbrechen und fragmentierende Strukturen dokumentiert. Diese erzeugen kurzzeitige, lokal sehr hohe Druckimpulse, welche für die Strukturintegrität kritisch werden können.

In der Raumfahrt stellt Schwappen eine wesentliche Herausforderung dar, da die Tank-Dynamik die Regelung, Stabilität und strukturelle Belastung von Flugkörpern beeinflusst. Die klassische NASA Monographie *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers* [10] hebt hervor, dass Schwappen zu Kopplungseffekten zwischen Flüssigkeit und Struktur, Veränderungen der Eigenfrequenzen von Raumfahrzeugen und Stabilitätsverlusten in Lageregelungssystemen führen kann. Insbesondere Lateralschwappen kann für „limit-cycle oscillations“ in

Regelkreisen verantwortlich sein. Bei modernen Anwendungen wie flüssigem Wasserstoff in Kryotanks müssen zusätzlich Tieftemperaturbedingungen, Druckaufbau der Gasphase und intermittierende Lastfälle berücksichtigt werden [11]. In der vorliegenden Studie werden die Lasten durch den Schwappvorgang auf dünnwandige, lange kapazitive Rohrsensoren untersucht.

3. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Die Bewegung von Flüssigkeiten wird durch die Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben, die aus den Erhaltungssätzen für Impuls, Masse und Energie abgeleitet werden [12]. In jedem Punkt des Strömungsfeldes werden diese Gleichungen simultan erfüllt. Für eine inkompressible, instationäre, dreidimensionale Strömung lautet die Impulserhaltung:

$$(1) \quad \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mathbf{K}] + \mathbf{F} + \rho \mathbf{g}$$

- $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$: lokale Beschleunigung,
- $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$: konvektive Beschleunigung,
- $-p\mathbf{I}$: isotroper Druckanteil,
- $\mathbf{K}$: viskoser Spannungstensor,
- $\mathbf{F}$: externe Volumenkraft,
- $\rho \mathbf{g}$: Gravitationskraft.
- $\mathbf{u}$: Geschwindigkeitsfeld.

Der viskose Spannungstensor $\mathbf{K}$ eines Newton'schen Fluids ergibt sich aus der linearen Beziehung zwischen Spannung und Geschwindigkeitsgradient, wie in der folgenden Gleichung dargestellt. Der Spannungstensor beinhaltet die durch die Viskosität induzierten Normal- und Schubspannungen.

$$(2) \quad \mathbf{K} = \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$$

Für die Massenerhaltung gilt:

$$(3) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

Für die als inkompressibel angenommenen Einzelphasen wird die Dichte entlang der jeweiligen Fluidbewegung als konstant betrachtet. Die lokale Dichte des Zweiphasensystems variiert jedoch in Abhängigkeit von der Phasenverteilung. Für das Geschwindigkeitsfeld gilt unter dieser Annahme die Divergenzfreiheit. Dadurch vereinfacht sich die Massenerhaltung zu [13]:

$$(4) \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Die verwendete Laminar-Flow-Schnittstelle löst das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}$ und das Druckfeld p . Zur Stabilisierung der konvektionsdominierten Strömungsgleichungen werden konsistente Streamline- und

Crosswind-Stabilisierungsverfahren eingesetzt. Die genaue Form der Stabilisierung hängt unter anderem von der gewählten Ordnung der Ansatzfunktionen ab. Zur Beschreibung der Phasengrenze zwischen Flüssig- und Gasphase wird die Level-Set-Methode verwendet [14–20]. Sie ermöglicht die Abbildung einer bewegten Phasengrenze auf einem ortsfesten numerischen Gitter. Hierzu wird die kontinuierliche Level-Set-Variable ϕ eingeführt, die in der einen Phase Werte nahe null und in der anderen Phase Werte nahe eins annimmt. Innerhalb einer Übergangszone zwischen den beiden Phasen erfolgt ein stetiger Übergang der Level-Set-Variable. Die Laminar-Flow- und Level-Set-Schnittstellen werden über die vordefinierte Zweiphasenströmungskopplung miteinander gekoppelt. Die Level-Set-Variable ϕ wird durch diese Transportgleichung beschrieben:

$$(5) \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\varepsilon_{ls} \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)$$

Die linke Seite von Gl. (5) beschreibt den zeitlichen und konvektiven Transport der Phasengrenze. Die Terme auf der rechten Seite dienen der Reinitialisierung und Stabilisierung der Level-Set-Funktion. Der Parameter ε_{ls} bestimmt die charakteristische Dicke der Übergangszone, während γ die Geschwindigkeit der Reinitialisierung beeinflusst. Die Wahl des Parameters orientiert sich daher an der räumlichen Diskretisierung und der zu erwartenden Strömungsgeschwindigkeit [20].

4. MODELLBILDUNG

Das numerische Modell bildet den vorderen LH₂-Tank der DLH-25 einschließlich der vier kapazitiven Rohrsensoren ab. Der Tank besitzt eine Länge und einen charakteristischen Durchmesser von jeweils etwa 4 m und wird an beiden Enden durch Polkappen abgeschlossen. In der vorliegenden Untersuchung wird ausschließlich der aus Aluminium bestehende Innentank berücksichtigt. Der Außentank, die thermische Isolation sowie mögliche Befestigungsstrukturen werden nicht abgebildet.

Die vier Sensoren werden als zylindrische Rohrstrukturen modelliert. Die Sensoren sind paarweise an den beiden Polkappen angeordnet und gegenüber der Tanklängsachse um jeweils 45° geneigt, vgl. Bild 2.

Das Tankvolumen enthält sowohl flüssigen als auch gasförmigen Wasserstoff. Die Phasengrenze zwischen flüssigem und gasförmigem Wasserstoff wird über die Level-Set-Variable ϕ beschrieben. Die untersuchten Anfangsfüllstände betragen 30 %, 50 % und 80 % des Tankvolumens.

4.1. Stoffwerte

Für die flüssige und gasförmige Wasserstoffphase werden Stoffwerte nach Tab. 1 verwendet. Ein Stoff- oder Energieaustausch zwischen den beiden Phasen

sowie Verdampfungs- und Kondensationsvorgänge werden im vorliegenden Modell nicht berücksichtigt.

TAB 1. Verwendete Stoffwerte der Wasserstoffphasen

Phase	Dichte ρ in kg m^{-3}	Dyn. Viskosität μ in Pa s
LH ₂	71,1067	$1,3489 \cdot 10^{-5}$
GH ₂	1,2815	$1,128 \cdot 10^{-6}$

4.2. Anfangs- und Randbedingungen

Als Lastfall wird ein Startabbruch der DLH-25 betrachtet. Aus den verfügbaren Flugzeugdaten wurde ein zeitabhängiges Verzögerungsprofil abgeleitet, das im tankfesten Koordinatensystem als äußere Anregung des Fluids vorgegeben wird, vgl. Bild 3. Der vollständige Bremsvorgang besitzt eine Dauer von 18,9 s. Die konstante Bremsbeschleunigung wurde aus der maximalen Abflugmasse, der kinetischen Energie der DLH-25 zu Beginn des Startabbruchs und dem verfügbaren Bremsweg abgeleitet. Zur Abbildung der transienten Übergänge wird die Verzögerung während einer Reaktionszeit von 1 s linear auf den berechneten Bremswert erhöht und nach Erreichen des Stillstands innerhalb einer weiteren Sekunde linear auf null reduziert. Im vorliegenden Beitrag wird die frühe Phase bis $t = 6 \text{ s}$ ausgewertet, in der bereits ausgeprägte und abklingende Schwappbewegungen auftreten. Sämtliche im Folgenden angegebenen Maximalwerte beziehen sich daher auf dieses Auswertungszeitfenster und stellen nicht notwendigerweise die globalen Maxima des vollständigen Bremsvorgangs dar.

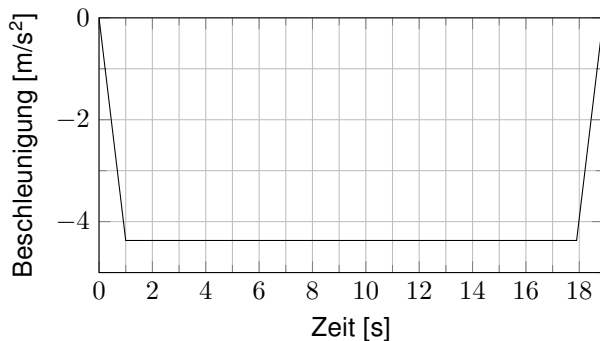


BILD 3. Kinematische Längsbeschleunigung der DLH-25 während des Startabbruchs. Die im tankfesten Bezugssystem auf das Fluid wirkende Trägheitsbeschleunigung besitzt die entgegengesetzte Richtung.

Die Bewegung des Flugzeugs wird nicht durch bewegte Tankwände, sondern durch eine äquivalente Volumenkraftbeschleunigung des Fluids berücksichtigt. Diese Trägheitsbeschleunigung wirkt entgegengesetzt zur kinematischen Beschleunigung des Tanks.

Zur Initialisierung wird zunächst die Vorwärtsbeschleunigung des Flugzeugs berücksichtigt. Da diese in positiver x -Richtung wirkt, wird auf das Fluid eine Trägheitsbeschleunigung in negativer x -Richtung aufgebracht. Unter zusätzlicher Berücksichtigung der Gravitation ergibt sich für den Initialisierungszustand

$$(6) \quad \mathbf{a}_{VF,init} = -a_V \mathbf{e}_x - g \mathbf{e}_z,$$

wobei a_V den Betrag der Vorwärtsbeschleunigung bezeichnet. Die anfängliche Phasengrenze wird entsprechend der resultierenden effektiven Beschleunigungsrichtung ausgerichtet. Die Anfangsgeschwindigkeit beider Phasen wird zu

$$(7) \quad \mathbf{u}(x, y, z) = 0$$

gesetzt.

Während des Startabbruchs wirkt die kinematische Beschleunigung des Flugzeugs in negativer x -Richtung. Die äquivalente Trägheitsbeschleunigung des Fluids zeigt daher in positive x -Richtung. Der in COMSOL vorgegebene Volumenkraftbeschleunigungsvektor lautet

$$(8) \quad \mathbf{a}_{VF}(t) = a_B(t) \mathbf{e}_x - g \mathbf{e}_z,$$

wobei $a_B(t)$ den positiven Betrag der zeitabhängigen Bremsbeschleunigung bezeichnet. Durch die Änderung der Beschleunigungsrichtung wird die anfangs ausgelenkte Flüssigphase aus ihrer Gleichgewichtslage bewegt und schwappt zunächst in Richtung der vorderen Polkappe.

An sämtlichen Tankinnenflächen sowie an den Oberflächen der vier Rohrsensoren wird eine Haftbedingung (*No Slip*) vorgegeben. Da die festen Begrenzungsflächen im tankfesten Koordinatensystem ruhen, gilt

$$(9) \quad \mathbf{u} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_W,$$

wobei Γ_W die Tankinnenflächen und die Sensoroberflächen umfasst.

Die Reynoldszahl wird auf Grundlage des Sensordurchmessers d_S und einer lokalen charakteristischen Strömungsgeschwindigkeit U_S bestimmt:

$$(10) \quad \text{Re}_S = \frac{\rho U_S d_S}{\mu}.$$

Abhängig von Sensorposition, Phase und Zeitpunkt ergeben sich Werte im Bereich

$$(11) \quad 0 \leq \text{Re}_S \leq 70000.$$

Die lokale Reynolds-Zahl erreicht Werte bis etwa 70000. Aufgrund der instationären Umströmung der

zylindrischen Sensoren können dabei Ablösungen und Wirbelstrukturen auftreten. Die Verwendung der Laminar-Flow-Schnittstelle stellt daher eine Modellvereinfachung dar, deren Einfluss in weiterführenden Untersuchungen durch den Vergleich mit einem geeigneten Turbulenzmodell zu bewerten ist.

TAB 2. Geometrische, thermodynamische und numerische Parameter des Tankmodells

Parameter	Symbol	Wert
Tanklänge	L_T	4 m
Tankdurchmesser	D_T	4 m
Sensorlänge	L_S	2,5 m
Sensordurchmesser	d_S	22 mm
Tankinnendruck	p_0	3 bar(a)
Temperatur	T_0	20 K
Füllstände	–	30 %, 50 %, 80 %
Zeitschrittweite	Δt	1 ms
Auswertungszeitraum	t_{aus}	0–6 s
Reynolds-Zahl	Re_S	0 – 70000

4.3. Bestimmung der dynamischen Einspannmomente

Zur isolierten Bewertung des strömungsinduzierten Lastanteils wird aus dem lokalen Geschwindigkeitsfeld der dynamische Druck

$$(12) \quad p_{\text{dyn}} = 0.5\rho(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)$$

bestimmt. Dieser wird als normal zur Sensoroberfläche wirkende Flächenlast angesetzt.

Zunächst wird das resultierende Moment bezüglich der jeweiligen Sensoreinspannung bestimmt. Für einen Sensor i ergibt sich der globale Momentenvektor aus der Integration der durch den dynamischen Druck hervorgerufenen Flächenlast über die Sensoroberfläche A_i zu

$$(13) \quad \mathbf{M}_{\text{global},i}(t) = - \int_{A_i} \mathbf{r}_i \times [p_{\text{dyn}}(x, y, z, t) \mathbf{n}] dA_i,$$

wobei $\mathbf{r}_i$ den Ortsvektor bezüglich der Einspannung des jeweiligen Sensors, $\mathbf{n}$ den nach außen gerichteten Normalenvektor der Sensoroberfläche und p_{dyn} den für die dynamische Auswertung verwendeten Druckanteil bezeichnet. Der globale Momentenvektor kann durch

$$(14) \quad \mathbf{M}_{\text{global},i}(t) = \begin{bmatrix} M_x(t) \\ M_y(t) \\ M_z(t) \end{bmatrix}$$

beschrieben werden.

Da die vier Sensoren gegenüber dem globalen Koordinatensystem des Tanks geneigt angeordnet sind,

können die globalen Momentenkomponenten nicht direkt als Torsions- beziehungsweise Biegemomente interpretiert werden. Der globale Momentenvektor wird daher für jeden Sensor in dessen lokales Sensorkoordinatensystem transformiert:

$$(15) \quad \mathbf{M}_{\text{lokal},i}(t) = \mathbf{R}_i \mathbf{M}_{\text{global},i}(t),$$

wobei $\mathbf{R}_i$ die sensorspezifische Rotationsmatrix beschreibt. Die lokale x' -Achse entspricht der Längsachse des jeweiligen Rohrsegments. Damit ergibt sich

$$(16) \quad \mathbf{M}_{\text{lokal},i}(t) = \begin{bmatrix} M_{x'}(t) \\ M_{y'}(t) \\ M_{z'}(t) \end{bmatrix},$$

wobei $M_{x'}$ das Torsionsmoment um die Sensorlängsachse und $M_{y'}$ sowie $M_{z'}$ die beiden lokalen Biegemomentkomponenten darstellen.

Als skalare Vergleichsgröße zwischen den Sensorpositionen und Füllständen wird der Betrag des dynamischen lokalen Momentenvektors verwendet:

$$(17) \quad M_{\text{dyn,res}}(t) = \sqrt{M_{x'}^2(t) + M_{y'}^2(t) + M_{z'}^2(t)}.$$

Der maximale dynamische Momentenbetrag innerhalb des untersuchten Zeitintervalls wird entsprechend durch

$$(18) \quad M_{\text{dyn,res,max}} = \max_{0 \leq t \leq 6 \text{ s}} M_{\text{dyn,res}}(t)$$

bestimmt. Diese Größe wird im Folgenden als zentrale Vergleichsgröße für die mechanische Sensorbelastung verwendet. Die viskosen Schubkräfte leisten im betrachteten Lastfall nur einen vernachlässigbar kleinen Beitrag zur resultierenden Sensorbelastung. Sie werden daher bei der Bestimmung der dynamischen Einspannmomente nicht berücksichtigt.

5. NUMERISCHE LÖSUNG DES MODELLS

Die numerische Lösung erfolgt in COMSOL Multiphysics 6.3 unter Verwendung einer stabilisierten Finite-Element-Formulierung. Zum Einsatz kommen die Physikschnittstellen *Laminar Flow* und *Level Set*, die über die vordefinierte Zweiphasenströmungskopplung miteinander verbunden werden.

Schwappvorgänge sind insbesondere im Bereich der freien Oberfläche stark konvektionsdominiert. Bei einer klassischen Galerkin-Finite-Element-Diskretisierung können daher unphysikalische numerische Oszillationen auftreten. Zur Stabilisierung wurden die in COMSOL verfügbaren konsistenten Verfahren der Streamline Diffusion und Crosswind Diffusion verwendet.

Die Streamline-Stabilisierung wirkt überwiegend in Richtung der lokalen Strömung und reduziert numerische Oszillationen entlang der Stromlinien. Die Crosswind-Stabilisierung ergänzt eine lösungsabhängige Stabilisierung quer zur lokalen Strömungsrichtung. Beide Verfahren sind konsistente Stabilisierungen der zugrunde liegenden Transportgleichungen. Bei einer Interpolation gleicher Ordnung für Druck und Geschwindigkeit ist insbesondere die Streamline-Stabilisierung erforderlich.

Für die Voruntersuchungen wurde zunächst eine Diskretisierung erster Ordnung für Druck, Geschwindigkeit und Level-Set-Variable verwendet. Zur Verringerung der numerischen Dissipation wurden die finalen Berechnungen anschließend mit einer Diskretisierung zweiter Ordnung durchgeführt. Die höhere Diskretisierungsordnung ermöglicht eine genauere Abbildung räumlicher Gradienten, führt jedoch zu einem deutlichen Anstieg der Freiheitsgrade und der Rechenzeit. Zur Überprüfung der numerischen Unabhängigkeit der Lösung wurden sowohl die räumliche als auch die zeitliche Diskretisierung schrittweise verfeinert. Die Ergebnisse der Gitterstudie und die zugehörigen Rechenzeiten sind in Tab. 3 zusammengefasst. Die relativen Abweichungen bei der zeitlichen und räumlichen Verfeinerung sind in Bild 6 bzw. Bild 7 dargestellt.

TAB 3. Gittergrößen und zugehörige Rechenzeiten

Gitter	Freiheitsgrade	Rechenzeit
og	2 000 000	15 h
fine1	8 700 000	84 h
fine2	13 000 000	120 h
fine3	17 300 000	189, 6 h
fine4	23 200 000	247, 2 h

Anmerkung: Die Rechenzeiten beziehen sich auf die jeweilige Gesamtrechnung unter Verwendung identischer Solver- und Hardwareeinstellungen. Zur Verwendung kam ein AMD Ryzen 7 PRO 8840HS w/ Radeon 780M Graphics und 64GB DDR5 RAM mit 5600MT/s CL46

5.1. Lösungsverifikation

Die Verifikation erfolgt anhand der resultierenden Fluidkraft F_{res} als Referenzgröße des transienten Strömungsfeldes. Da die Einspannmomente erst im Rahmen der weiterführenden Lastenauswertung als maßgebende Bewertungsgröße eingeführt wurden, wurde die bereits durchgeführte Diskretisierungsstudie nicht erneut auf Basis der Momentenresultierenden durchgeführt. Die dargestellte Konvergenz ist daher als Verifikation der zugrunde liegenden Fluidlasten und nicht als unmittelbarer Nachweis der Diskretisierungsunabhängigkeit der Einspannmomente zu verstehen.

Da für das betrachtete dreidimensionale Zweiphasenproblem keine exakte Referenzlösung vorliegt, wird kein absoluter Diskretisierungsfehler bestimmt. Stattdessen werden die Ergebnisse zweier aufeinanderfolgender Verfeinerungsstufen miteinander verglichen.

Für eine feinere Lösung F_{res}^f und eine gröbere Lösung F_{res}^g wird die punktweise relative Abweichung nach

$$(19) \quad \delta_{\text{rel}}(t) = \frac{F_{\text{res}}^f(t) - F_{\text{res}}^g(t)}{F_{\text{res}}^g(t)} \cdot 100 \%$$

berechnet. Die jeweils gröbere Lösung dient somit als Bezugsgröße. Bei sehr kleinen Werten der Bezugsgröße kann die relative Abweichung aufgrund des kleinen Nenners stark anwachsen. Werte mit

$$(20) \quad |F_{\text{res}}^g(t)| < 10^{-12} \text{ N}$$

werden daher von der relativen Auswertung ausgeschlossen. Einzelne starke Ausschläge der dargestellten relativen Abweichungen können dennoch in Bereichen geringer Kraftresultierender auftreten und sind nicht zwangsläufig mit einer großen absoluten Kraftdifferenz gleichzusetzen. Zur besseren Lesbarkeit wird der dargestellte Bereich in den Konvergenzdiagrammen auf $\pm 15 \%$ begrenzt, vgl. Bild 6 7, im Anhang.

5.1.1. Zeitliche Diskretisierung

Zur Untersuchung der zeitlichen Diskretisierungsunabhängigkeit wurden Simulationen mit Zeitschrittweiten von 8 ms, 4 ms, 2 ms und 1 ms durchgeführt. Die relativen Abweichungen zwischen den aufeinanderfolgenden Verfeinerungsstufen sind in Bild 6 im Anhang dargestellt. Aufgrund der unterschiedlichen Zeitschrittweiten liegen die Ergebnisse nicht für alle Rechnungen an identischen Zeitpunkten vor. Die jeweils gröbere Lösung wird deshalb linear auf die Zeitpunkte der feineren Lösung interpoliert. Die Auswertung erfolgt ausschließlich innerhalb des gemeinsamen Zeitbereichs beider Datensätze. Die Abweichungen zwischen den beiden feinsten Zeitschrittweiten sind über weite Bereiche geringer als bei den vorhergehenden Verfeinerungsstufen. Auf Grundlage dieses Vergleichs wird für die finalen Simulationen eine Zeitschrittweite von 1 ms verwendet.

5.1.2. Räumliche Diskretisierung

Zur Untersuchung der räumlichen Diskretisierungsunabhängigkeit wurden ausgehend vom Ausgangsgitter *og* vier sukzessiv verfeinerte Gitter erzeugt. Da sämtliche Gitterrechnungen mit demselben zeitlichen Ausgaberraster durchgeführt wurden, werden die Kraftresultierenden direkt an identischen Zeitpunkten verglichen. Eine zeitliche Interpolation ist für die Gitterstudie nicht erforderlich. Die relativen Abweichungen der Kraftresultierenden sind in Bild 7 dargestellt. Mit zunehmender Gitterverfeinerung nimmt die Abweichung zwischen den aufeinanderfolgenden Lösungen über weite Bereiche ab. Die verbleibenden lokalen Ausschläge treten insbesondere bei kleinen Werten der

Bezugsgröße auf und sind daher gemeinsam mit den absoluten Kraftverläufen zu interpretieren. Aufgrund des erheblichen Rechenaufwands wurden die finalen Parameterrechnungen mit dem Ausgangsgitter *og* durchgeführt. Die Gitterstudie zeigt mit zunehmender Gitterverfeinerung über weite Bereiche eine Annäherung der berechneten Kraftresultierenden. Gleichzeitig verbleiben Abweichungen des Ausgangsgitters gegenüber den feineren Gitterstufen. Die mit dem Ausgangsgitter ermittelten Ergebnisse sind daher unter Berücksichtigung der anhand der Kraftresultierenden quantifizierten numerischen Unsicherheit zu interpretieren. Eine separate Diskretisierungsstudie der Einspannmomente wurde im Rahmen der vorliegenden Untersuchung nicht durchgeführt.

6. AUSWERTUNG DER SENSORLASTEN

Zur Bewertung der durch die Schwappbewegung verursachten mechanischen Beanspruchung der kapazitiven Rohrsensoren werden die Einspannmomente an den vier Sensorpositionen untersucht. Im Gegensatz zu einer ausschließlichen Betrachtung der auf die Sensoren wirkenden Kraftresultierenden ermöglicht die Auswertung der Einspannmomente eine unmittelbare Beurteilung der für die langen, schlanken Rohrsensoren relevanten Biege- und Torsionsbeanspruchung.

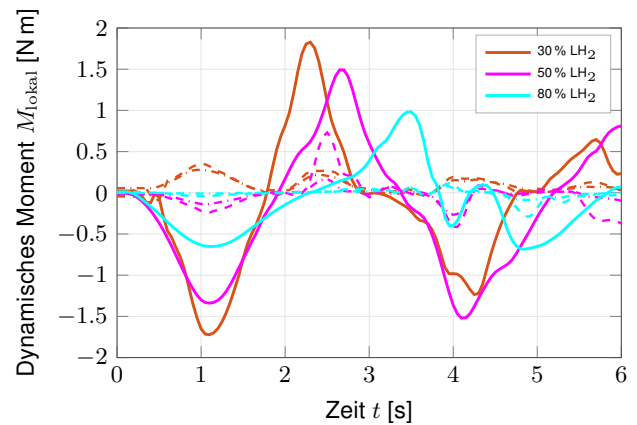
Die Auswertung erfolgt für die LH₂-Füllstände 30 %, 50 % und 80 %.

6.1. Zeitliche Entwicklung und physikalische Interpretation

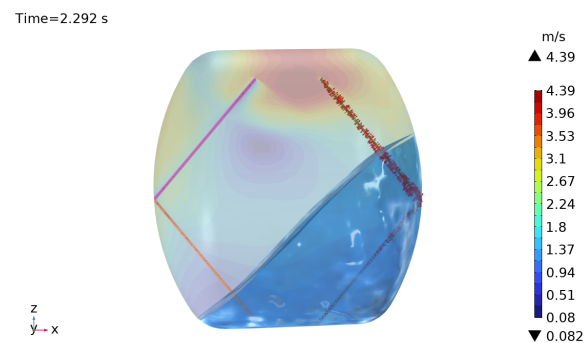
Bild 4 zeigt exemplarisch den zeitlichen Verlauf der lokalen dynamischen Momentenkomponenten von Sensor 3. Die Amplituden und Zeitpunkte der Belastungsmaxima unterscheiden sich deutlich zwischen den untersuchten Füllständen. Dies verdeutlicht, dass die maximale Sensorbelastung nicht allein durch den Füllstand, sondern durch die zeitliche Entwicklung der freien Oberfläche und deren Wechselwirkung mit der jeweiligen Sensorposition bestimmt wird. Besonders deutlich wird dies für den Füllstand von 30 %. Die maximale dynamische Momentenbelastung von Sensor 3 wird nahezu vollständig durch die erste Biegemomentkomponente hervorgerufen. Der zugehörige Schwappzustand zeigt eine stark ausgelenkte freie Oberfläche, eine lokale Fluidbewegung und hohe Geschwindigkeiten im Bereich des Sensors. Die Verknüpfung von Momentenverlauf und Strömungszustand ermöglicht damit eine physikalische Einordnung des ermittelten Lastmaximums.

6.2. Maximale dynamische Momentenbelastung

Die maximalen dynamischen Momentenbeträge für die vier Sensorpositionen und die drei untersuchten Füllstände sind in Tab. 4 zusammengefasst. Zusätzlich ist jeweils der Zeitpunkt angegeben, zu dem das Maximum innerhalb des betrachteten Zeitfensters



(a) Zeitlicher Verlauf der lokalen dynamischen Momentenkomponenten von Sensor 3. Strichpunkt Torsion, Volllinie Biegung M_y , gestrichelt Biegung M_z



(b) Schwappzustand zum Zeitpunkt der maximalen Momentenbelastung. Rote Vektorpfeile sind repräsentativ für die Flächenlast auf den Sensor.

BILD 4. Verknüpfung der lokalen dynamischen Momentenbelastung von Sensor 3 mit dem zugehörigen Schwappzustand für einen LH₂-Füllstand von 30 %.

auftritt. Dabei wird der ausgeprägte Einfluss der Sensorposition und des Füllstandes auf die lokale mechanische Beanspruchung deutlich.

TAB 4. Maximale dynamische Momentenbeträge auf die vier Sensoren bei verschiedenen LH₂ Füllständen

Sensor	Füllstand	$M_{\text{dyn,res}}$ [Nm]	t_{max} [s]
Sensor 1	30 %	1,568	5,808
	50 %	0,952	4,543
	80 %	0,346	2,909
Sensor 2	30 %	0,352	3,640
	50 %	0,897	4,359
	80 %	1,267	5,263
Sensor 3	30 %	1,869	2,292
	50 %	1,615	4,090
	80 %	0,998	3,486
Sensor 4	30 %	0,848	2,492
	50 %	0,456	2,787
	80 %	0,085	4,388

Zur Bewertung des Einflusses viskoser Spannungen wurde für den maßgebenden Lastfall von Sensor 3 zusätzlich das aus den viskosen Oberflächenspannungen resultierende Einspannmoment bestimmt. Das maximale viskose Einspannmoment beträgt $M_{\text{visc,res,max}} \approx 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ N m}$. Im Vergleich zum maximalen dynamischen Einspannmoment von $M_{\text{dyn,res,max}} = 1,87 \text{ N m}$ entspricht dies einem Anteil von

$$(21) \quad \frac{M_{\text{visc,res,max}}}{M_{\text{dyn,res,max}}} \cdot 100 \% \approx 0,00065 \%.$$

Der Beitrag der viskosen Spannungen zur resultierenden Sensorbelastung ist damit im maßgebenden Lastfall vernachlässigbar und wird bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt.

6.3. Einfluss des Füllstandes und der Sensorposition

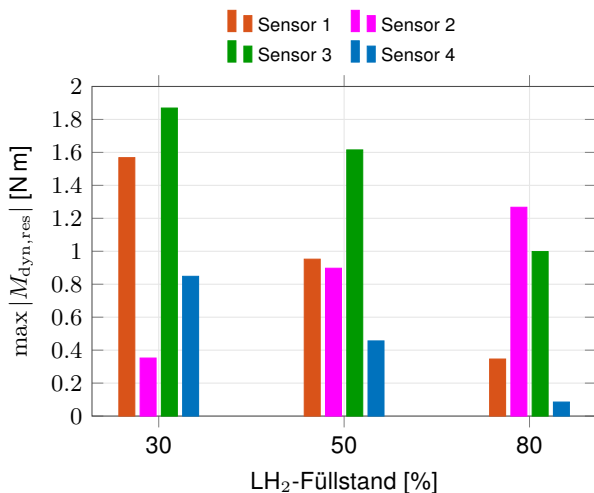


BILD 5. Maximaler dynamischer Momentenbetrag $M_{\text{dyn,res}}$ an den vier Sensorpositionen für die untersuchten LH₂-Füllstände.

Bild 5 stellt die maximalen dynamischen Momentenbeträge in Abhängigkeit vom Füllstand gegenüber. Die Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss des Füllstandes stark von der jeweiligen Sensorposition abhängt.

Bei den Sensoren 1, 3 und 4 nimmt der maximale dynamische Momentenbetrag mit zunehmendem Füllstand ab, während Sensor 2 einen gegenläufigen Trend zeigt. Ein für alle Sensorpositionen einheitlicher Zusammenhang zwischen Füllstand und lokaler Momentenbelastung liegt somit nicht vor.

Die Unterschiede sind vielmehr auf die räumliche Verteilung und zeitliche Entwicklung der Schwappbewegung zurückzuführen. Abhängig vom Füllstand ändert sich die Lage der freien Oberfläche relativ zu den Sensoren. Dadurch verändern sich sowohl die benetzten Sensorbereiche als auch die lokalen Druckfelder und die zugehörigen Hebelarme bezüglich der Sensoreinspannung. Die resultierende

Momentenbelastung wird folglich durch das Zusammenwirken von Füllstand, Sensorposition und transienter Schwappdynamik bestimmt.

6.4. Auswertung und Einordnung der lokalen Momentenkomponenten

Über alle untersuchten Sensorpositionen und Füllstände dominiert die erste Biegemomentkomponente M_y . Ihr Anteil am jeweiligen maximalen Momentenbetrag liegt überwiegend bei mehr als 95 %; lediglich bei Sensor 4 und 80 % Füllstand beträgt er etwa 90 %. Die Torsionsmomente bleiben deutlich geringer und erreichen maximal etwa 15 % der Biegebelastung.

Für die nachfolgende strukturelle Auslegung der Rohrsensoren ist damit insbesondere die Biegebeanspruchung in der Einspannung von Bedeutung. Eine alleinige Betrachtung des Torsionsmoments würde die maßgebende mechanische Beanspruchung deutlich unterschätzen.

Innerhalb der untersuchten Parameterkombinationen beträgt der größte dynamische Momentenbetrag 1,869 N m. Dies entspricht einer Größenordnung von etwa 20 % des näherungsweise aus Sensormasse, Schwerpunktlage und Gravitation bestimmten Biegemoments infolge des Sensoreigengewichts. Die schwappinduzierte Belastung stellt damit einen relevanten zusätzlichen Lastanteil für die nachfolgende strukturelle Bewertung dar.

7. DISKUSSION

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass die mechanische Belastung der Sensoren nicht allein anhand des Füllstandes oder der benetzten Sensorlänge beurteilt werden kann. Entscheidend ist vielmehr die zeitabhängige Druckverteilung entlang der Sensoroberfläche, die sich aus der transienten Bewegung beider Phasen während des RTO-Lastfalls ergibt. Die lokale Momentenbelastung stellt damit das Ergebnis einer räumlich und zeitlich veränderlichen Wechselwirkung zwischen Fluidbewegung, Sensorposition und Sensororientierung dar.

Von besonderer Bedeutung ist hierbei die Betrachtung beider Wasserstoffphasen. Zwischen flüssigem und gasförmigem Wasserstoff besteht zwar ein ausgeprägter Dichteunterschied. Dennoch ist die Belastung der Sensoren nicht ausschließlich auf die mit LH₂ benetzten Bereiche beschränkt. Durch die tankseitige Beschleunigung und die daraus resultierende Bewegung der Phasengrenze entstehen auch innerhalb der Gasphase zeitabhängige Druckgradienten. Da das Einspannmoment aus der über die gesamte Sensoroberfläche verteilten Druckbelastung und ihrem jeweiligen Abstand zur Sensorwurzel resultiert, können auch Druckkräfte auf nicht flüssigkeitsbenetzten Sensorabschnitten zum resultierenden Moment beitragen. Eine ausschließliche Betrachtung der Flüssigphase würde die tatsächliche Lastentstehung daher nur unvollständig beschreiben.

Darüber hinaus zeigt die Transformation in das lokale Sensorkoordinatensystem, dass die schwappinduzierte Belastung hauptsächlich als Biegebelastung auftritt. Dies ist für die weitere Sensorauslegung von besonderer Relevanz, da die mechanische Bewertung somit nicht ausschließlich auf die Größe des resultierenden Momentenvektors beschränkt werden sollte. Vielmehr sind die lokalen Biegemomentkomponenten und deren Orientierung relativ zur Sensorstruktur zu berücksichtigen. Insbesondere für schlanke, einseitig eingespannte Sensoren kann bereits eine vergleichsweise geringe zusätzliche Querbewertung für die Beanspruchung der Sensorwurzel relevant sein.

Die absoluten Werte der ermittelten dynamischen Momente erscheinen zunächst vergleichsweise gering. Ihre Bedeutung wird jedoch deutlicher, wenn sie mit der bereits vorhandenen Biegebelastung infolge des Sensoreigengewichts verglichen werden. Der schwappinduzierte dynamische Momentenanteil erreicht dabei Größenordnungen von etwa 20 % des durch das Sensoreigengewicht hervorgerufenen Biegemoments. Die Fluidbelastung stellt somit eine relevante zusätzliche Beanspruchung dar und sollte bei der strukturellen Auslegung der Sensoren und insbesondere ihrer Einspannung berücksichtigt werden.

Die füllstandsabhängigen Belastungsunterschiede werden somit nicht allein durch die Flüssigkeitsmasse, sondern maßgeblich durch die räumliche und zeitliche Schwappdynamik bestimmt.

Bei der Interpretation der Ergebnisse sind jedoch die getroffenen Modellannahmen zu berücksichtigen. Die Strömung wird als laminares, isothermes Zweiphasensystem modelliert. Wärmeübertragung und Phasenwechsel zwischen LH_2 und GH_2 werden nicht berücksichtigt. Ebenso werden Tank und Sensoren als starre Strukturen betrachtet, sodass keine Fluid-Struktur-Interaktion abgebildet wird. Die berechneten Momente stellen somit Fluidlasten auf eine vorgegebene Sensoroberfläche dar und erlauben noch keine unmittelbare Aussage über Spannungen, Verformungen oder die strukturelle Sicherheit der realen Sensoren.

Eine weitere Einschränkung ergibt sich aus der bislang betrachteten Simulationsdauer. Die ausgewiesenen Maximalwerte beziehen sich ausschließlich auf die ersten 6 s des insgesamt 18,9 s dauernden RTO-Lastfalls. Später auftretende Lastmaxima sind daher nicht ausgeschlossen.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass für die Bewertung der Sensorbelastung eine gekoppelte Betrachtung von transienter Zweiphasenströmung, Sensorposition und lokaler Lastverteilung erforderlich ist. Das entwickelte Modell ermöglicht es, aus dem Beschleunigungslastfall lokale mechanische Lasten an den Sensorwurzeln abzuleiten. Damit bildet es eine Grundlage für die nachfolgende strukturelle Bewertung der Sensoren und ihrer Befestigung unter kryogenen Bedingungen.

8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Mit einem dreidimensionalen Zweiphasenmodell wurden die schwappinduzierten Einspannmomente von vier kapazitiven Rohrsensoren im vorderen LH_2 -Tank der DLH-25 während der frühen Phase eines Startabbruchs untersucht. Die Ergebnisse zeigen eine ausgeprägte Abhängigkeit der Belastung von Sensorposition und Füllstand. Die lokale Komponentenzerlegung zeigt, dass die Sensorbeanspruchung überwiegend durch Biegung bestimmt wird. Eine einheitliche Abhängigkeit der Belastung vom Füllstand über alle Sensorpositionen liegt nicht vor. In weiterführenden Untersuchungen sollen die ermittelten Fluidlasten auf ein strukturelles Sensormodell übertragen werden. Dabei sind insbesondere statische Lasten und Wechsellasten, temperaturabhängige Materialeigenschaften sowie die Ausgestaltung der Sensoreinspannung unter kryogenen Bedingungen zu untersuchen.

ACKNOWLEDGEMENT

Diese Forschung wurde durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz gefördert. Ein besonderer Dank gilt dem DLR Institut für Systemarchitekturen in der Luftfahrt für die Bereitstellung der 3D Tankgeometriedaten.

Gefördert durch:



Bundesministerium
für Wirtschaft
und Energie

aufgrund eines Beschlusses
des Deutschen Bundestages

Kontaktadresse:

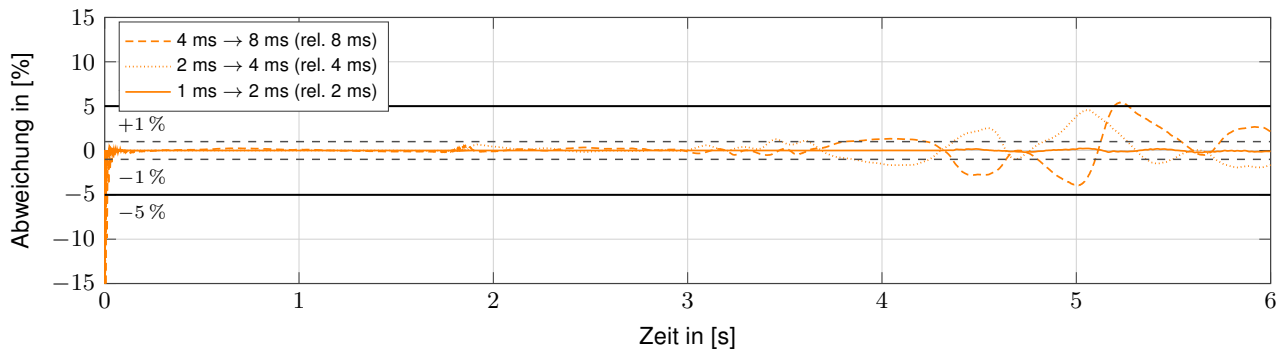
valentin.weinig@haw-hamburg.de

Literatur

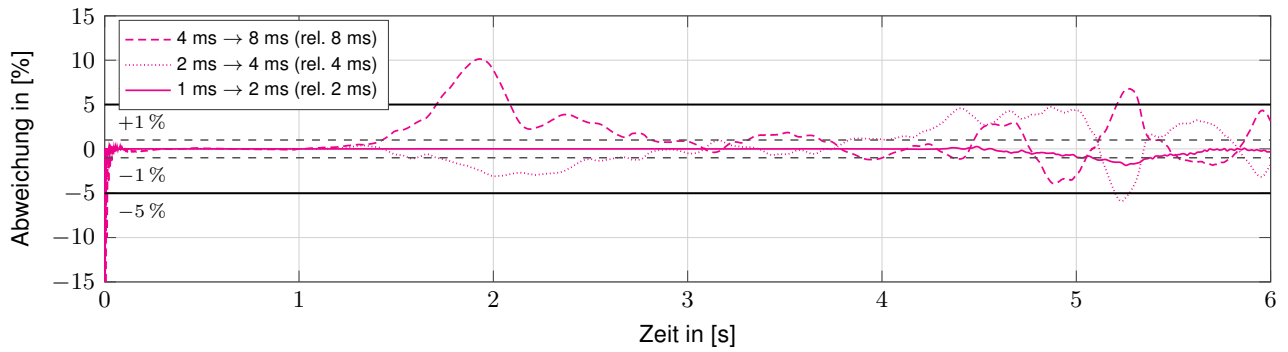
- [1] J. D. Gonzalez. Calculation and analysis of the rejected takeoff speed of a commercial airliner under various environmental conditions. M.s. thesis, San José State University, San José, CA, USA, Aug. 2023. Department of Aerospace Engineering.
- [2] C. Cordes. Startabbruch jenseits der theorie. Vortrag. Dipl.-Ing., Flugkapitän. [Online]. Available: https://www.fzt.haw-hamburg.de/pers/Scholz/dgfr/hh/text_2004_01_08_Startabbruch.pdf. Accessed: Aug. 25, 2026.
- [3] M. Kotzem. DLH25 LH2 Research Baseline. Technical report, DLR – German Aerospace

- Center, Nov. 2024. [Online]. Available: https://www.digital-hangar.de/aircraft_data/DLH25/report/DLH25_documentation.pdf?inline=false. Accessed: Aug. 25, 2026.
- [4] M. Kotzem, S. Wöhler, T. Burschik, C. Hesse, S. Hellbrück, and T. Zill. Conceptual aircraft design of a research baseline with direct liquid hydrogen combustion. In *Proceedings of the 34th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS)*, Italy, 2024. [Online]. Available: https://www.icas.org/icas_archive/icas2024/data/papers/icas2024_0503_paper.pdf.
- [5] T. Nagashima. Sloshing analysis of a liquid storage container using level set X-FEM. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 25(4):357–379, 2009. DOI: 10.1002/cnm.1122.
- [6] D. H. Lee, M. H. Kim, S. H. Kwon, J. W. Kim, and Y. B. Lee. A parametric sensitivity study on LNG tank sloshing loads by numerical simulations. *Ocean Engineering*, 34(1):3–9, 2007. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2006.03.014.
- [7] R. Firoozkoobi. *Experimental, Numerical and Analytical Investigation of the Effect of Screens on Sloshing*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway, 2013. Department of Marine Technology.
- [8] D. Zhao, Z. Hu, G. Chen, S. Lim, and S. Wang. Nonlinear sloshing in rectangular tanks under forced excitation. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 10:545–565, 2018. DOI: 10.1016/j.ijnaoe.2017.10.005.
- [9] W. Wang, Y. Peng, Y. Zhou, and Q. Zhang. Liquid sloshing in partly-filled laterally-excited cylindrical tanks equipped with multi baffles. *Applied Ocean Research*, 59:543–563, 2016. DOI: 10.1016/j.apor.2016.07.009.
- [10] H. N. Abramson, editor. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers: With Applications to Space Vehicle Technology*. NASA SP-106. NASA, 1966.
- [11] D. Kohlgrüber, M. Petsch, Chr. Leon-Munoz, P. Schatrow, and M. Waimer. A process to evaluate fuselage structural loads caused by sloshing in liquid hydrogen tanks. In *Proceedings of the Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress (DLRK)*, Hamburg, Germany, Sept. 2024. Conference held September–October 2024.
- [12] Horace Lamb. *Hydrodynamics*. Dover Publications, Inc., New York, NY, USA, 6 edition, Apr. 1932. pp. 1–11.
- [13] S. Turek and D. Kuzmin. Algebraic flux correction. [Online]. Verfügbar: <https://wwwold.mathe.matik.tu-dortmund.de/papers/TurekKuzmin2004.pdf>. Accessed: Aug. 25, 2026.
- [14] B. Benmasaoud, H. Essaouini, A. Hamydy, and M. L. Lahlaoui. Sloshing analysis of a two-layered fluid in a tank with baffles using level set method. *International Review of Applied Sciences and Engineering*, Aug. 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1556/1848.2024.00868>. DOI: 10.1556/1848.2024.00868.
- [15] E. Olsson and G. Kreiss. A conservative level set method for two phase flow. *Journal of Computational Physics*, June 2005. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.04.007>. DOI: 10.1016/j.jcp.2005.04.007.
- [16] M. Sussman, P. Smereka, and S. Osher. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, Mar. 1994. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1155>. DOI: 10.1006/jcph.1994.1155.
- [17] M. Sussman, E. Fatemi, P. Smereka, and S. Osher. An improved level set method for incompressible two-phase flows. *Computers & Fluids*, 1998. [Online]. Available: [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(97\)00053-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(97)00053-4). DOI: 10.1016/S0045-7930(97)00053-4.
- [18] A.-K. Tornberg and B. Engquist. A finite element based level-set method for multiphase flow applications. *Computing and Visualization in Science*, 2000. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s007910050033>. DOI: 10.1007/s007910050033.
- [19] M. Sussman and E. G. Puckett. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3d and axisymmetric incompressible two-phase flows. *Journal of Computational Physics*, 2000. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6537>. DOI: 10.1006/jcph.2000.6537.
- [20] COMSOL. *The Level Set Method*. COMSOL AB, 2023. In: *COMSOL Multiphysics MEMS Module User's Guide*. [Online]. Available: <https://www.comsol.com>. Accessed: Aug. 25, 2026.

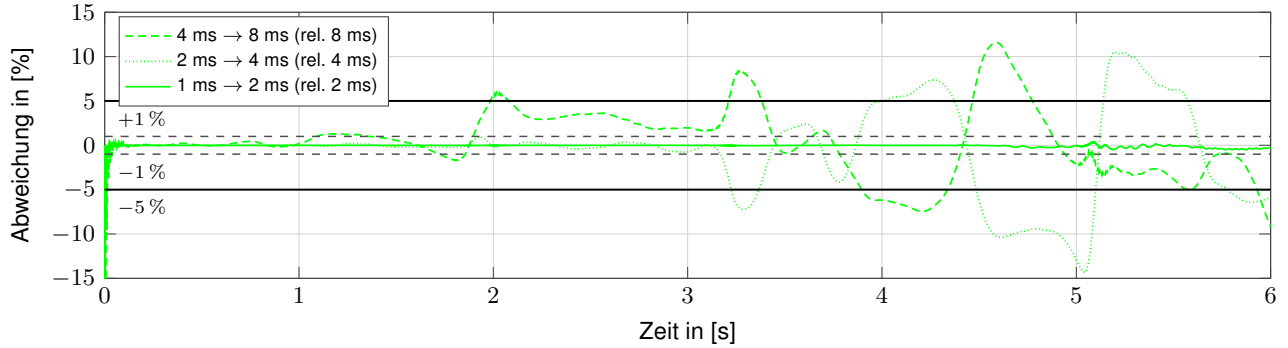
ANHANG



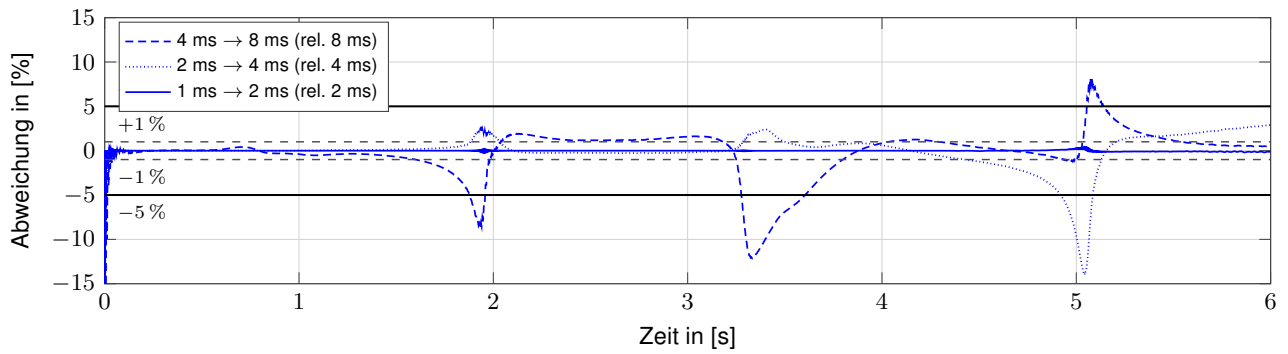
(a) Sensor 1



(b) Sensor 2

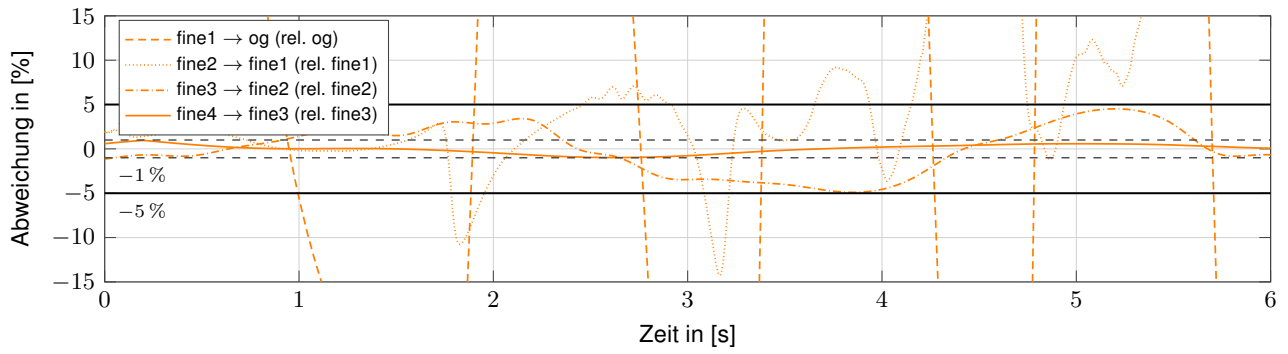


(c) Sensor 3

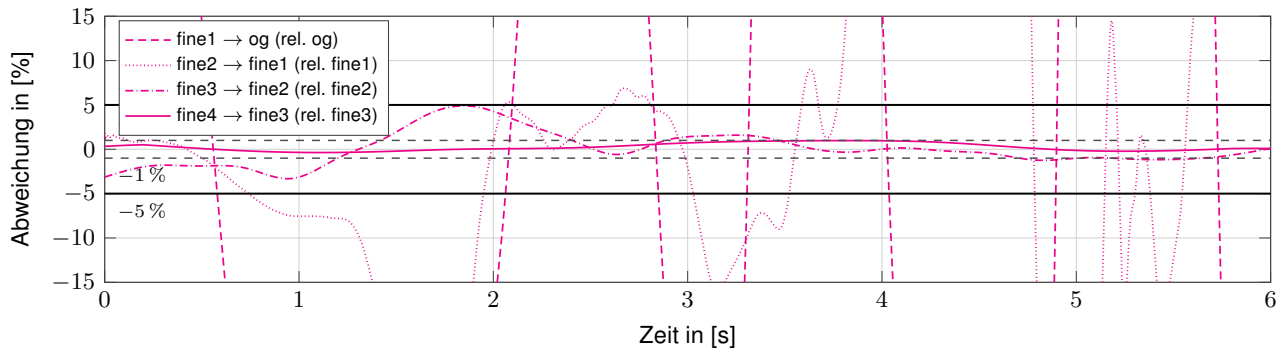


(d) Sensor 4

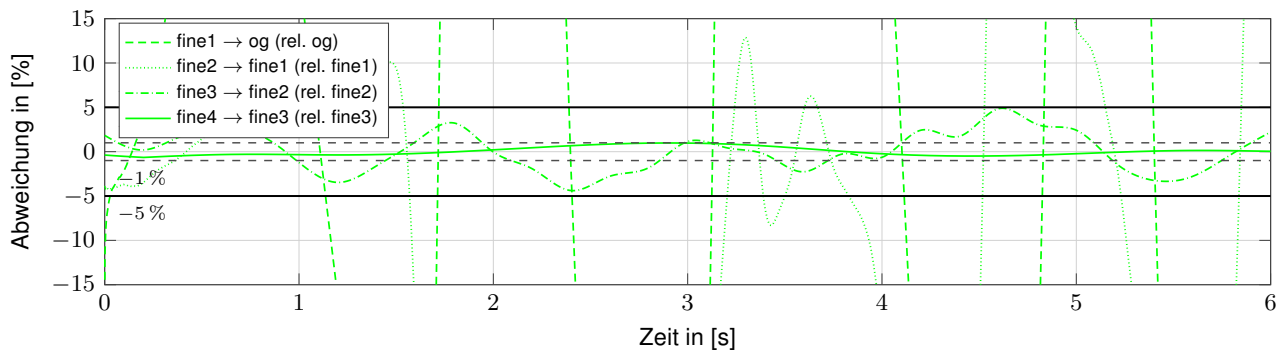
BILD 6. Relative Abweichungen der Kraftresultierenden bezogen auf die Zeitschrittweite.



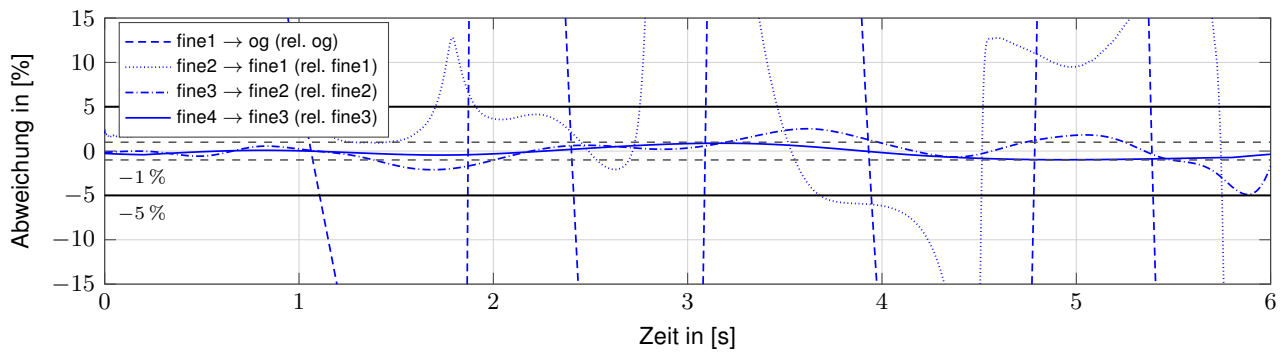
(a) Sensor 1



(b) Sensor 2



(c) Sensor 3



(d) Sensor 4

BILD 7. Relative Abweichungen der Kraftresultierende bezogen auf das Gitter