

# MODELLIERUNG DES IMPACTVERHALTENS VON DISKONTINUIERLICH VERSTÄRKTEN LAMINATEN MITTELS DER PERIDYNAMIK

M. Kornmann, A. Baeten, N. Majic  
Technische Hochschule Augsburg  
An der Hochschule 1, 86161 Augsburg

## Zusammenfassung

Die Peridynamik stellt eine relativ neue, nichtlokale Erweiterung der klassischen Kontinuumsmechanik dar. Da sie ohne räumliche Ableitungen auskommt, eignet sie sich besonders für die Modellierung von Diskontinuitäten wie Rissen. Durch ihren integralbasierten Ansatz können Diskontinuitäten berücksichtigt werden, ohne dass Singularitäten an Rissspitzen entstehen. Das Fiber-Patch-Placement-(FPP)-Verfahren ermöglicht eine präzise Abbildung gekrümmter Lastpfade und trägt damit zur Erhöhung der strukturellen Festigkeit bei. Die Festigkeitsberechnung von FPP-Laminaten ist jedoch weiterhin Gegenstand aktueller Forschung. In dieser Arbeit wird ein peridynamisches Modell entwickelt, das das Versagensverhalten von FPP-Laminaten realitätsnah beschreibt und dadurch genauere Festigkeitsprognosen erlaubt. Ein Modell zur Abbildung der Steifigkeit wurde bereits erstellt, zudem liegen erste Ergebnisse aus Zug-, Biege- und Impactversuchen zum Versagensverhalten von FPP-Laminaten vor.

## 1. EINLEITUNG

### 1.1. Peridynamic

Die Peridynamik-Theorie, die im Jahr 2000 [1] eingeführt wurde, stellt eine nichtlokale Erweiterung der klassischen Kontinuumsmechanik dar. Im Gegensatz zur Finite-Elemente-Methode (FEM), die auf einer elementbasierten Diskretisierung beruht, verfolgt die Peridynamik einen punktbasierten Ansatz. Die Punkte interagieren über Bindungen innerhalb einer definierten Nachbarschaft, dem sogenannten Horizont, wodurch sich auch Diskontinuitäten wie Risse konsistent abbilden lassen.

Grundsätzlich lassen sich drei Ansätze der peridynamischen Simulation unterscheiden. Im bindungsbasierten (bond-based) Ansatz üben zwei Punkte gleiche, aber entgegengesetzte Kräfte aufeinander aus. Beim ordinary state-based Ansatz bleiben die Kräfte zwar entgegengesetzt, müssen jedoch nicht zwingend betragsgleich sein. Der non-ordinary state-based Ansatz erlaubt hingegen Wechselwirkungen der Bindungen in beliebigen Richtungen (BILD 1). Ein wesentlicher Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, dass sein konstitutives Modell direkt aus der klassischen Kontinuumsmechanik abgeleitet wird [2]. Allerdings treten hierbei Nullenergiemoden auf, die den Hourglassing-Effekten der FEM ähneln. Zur Stabilisierung sind verschiedene Verfahren entwickelt worden. Der Deformationsgradient kann mit höher Ordnung approximiert [3, 4] oder bindungsbasiert berechnet werden [5, 6]. Außerdem können Zusatzkräfte die Nullenergiemoden unterdrücken [7].

Die Modellierung orthotroper Materialien in der Peridynamik kann auf unterschiedliche Weise erfolgen. Ein Ansatz besteht darin, zwischen Bindungen in Faserrichtung, quer zur Faserrichtung und allen übrigen Richtungen zu unterscheiden [8]. Ein anderer Ansatz passt die Steifigkeiten der einzelnen Bindungen an, um die Materialanisotropie abzubilden. [9]. Darüber hinaus lassen sich Steifigkeitswerte auch aus der rotierten Steifigkeitsmatrix ableiten [10], was insbesondere im non-ordinary state-based Ansatz

Anwendung findet. In diesem Ansatz kann das Versagen von Bindungen zudem mittels klassischer Versagenskriterien bestimmt werden, da Spannungsgrößen explizit in das Modell integriert sind.

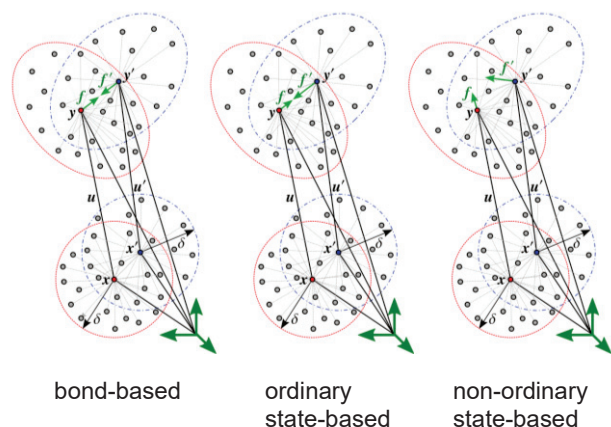


BILD 1. Verschiedene Theorien der Peridynamik im undeformierten (unten) und deformierten (oben) Zustand [11]

### 1.2. Fiber Patch Placement

Fiber Patch Placement (FPP) ist ein automatisiertes additiven Fertigungsverfahren für diskontinuierlich verstärkte Kunststoffe. Es erlaubt den Einsatz sowohl von Prepregs als auch von trockenen Fasern mit thermoplastischem Binder. Dabei werden Faserbänder in kleine Streifen, sogenannte Patches, geschnitten und auf ein Werkzeug aufgebracht. Dieses Verfahren ermöglicht eine präzise Anpassung der Faserausrichtung an gekrümmte Lastpfade und kann dadurch die Steifigkeit des Bauteils erhöhen. Ein flexibler Greifer ermöglicht das Aufbringen der Fasern auf gekrümmte Oberflächen. An den Stoßstellen der Patches wird die Kraft über die darüber und darunterliegenden Schichten durch Schub übertragen.

Der Prozess gliedert sich in mehrere Schritte, wie in BILD 2 dargestellt. Er beginnt mit einem Faserband (1), das in einzelne Patches zerschnitten wird (2). Diese Patches durchlaufen anschließend eine Qualitätskontrolle (3). Nach der Freigabe nimmt der Greifer den Patch auf (4) und platziert ihn auf dem Werkzeug (5).

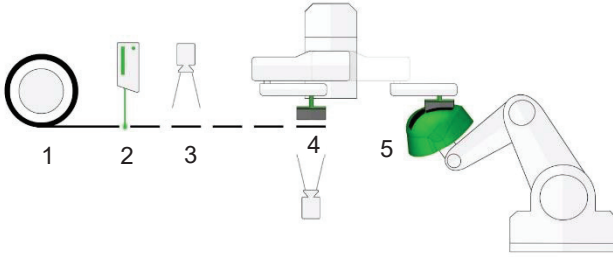


BILD 2. Fiber Patch Placement Prozess [12]

## 2. THEORETISCHER HINTERGRUND

### 2.1. Peridynamik

Bei der Theorie der Peridynamik werden die lokalen Gleichgewichtsbedingungen durch eine nichtlokale Formulierung ersetzt. In diesem Ansatz wird der Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$  durch eine peridynamische Kraft  $\mathbf{t}$  ersetzt. Diese Kraft hängt von den Koordinaten der Punkte  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{x}'$  ab und wird über das Volumen  $V$  integriert. Der Vektor  $\mathbf{b}$  bildet die äußeren Kräfte ab:

$$(1) \quad \nabla \cdot \sigma + \mathbf{b} = 0$$

$$\rightarrow \int_{H_x} [(\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') - \mathbf{t}'(\mathbf{x}', \mathbf{x}))] dV_x + \mathbf{b}(\mathbf{x}) = 0$$

Die peridynamische Bewegungsgleichung lässt sich unter Verwendung der peridynamischen Kraft, der äußeren Kräfte, der Dichte  $\rho$  und der Beschleunigung der Punkte  $\ddot{\mathbf{u}}$  formulieren:

$$(2) \quad \rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_{H_x} [(\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) - \mathbf{t}'(\mathbf{x}', \mathbf{x}, t))] dV_x + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$$

Bei dem non-ordinary state-based Peridynamik Ansatz werden Parameter der klassischen Kontinuumsmechanik innerhalb des peridynamischen Modells neu formuliert. Der Deformationsgradient und die Spannungen an einem gegebenen Punkt werden berechnet, wodurch die peridynamische Kraft bestimmt werden kann. Für diese Berechnung werden der Bindungsvektor im Referenzzustand  $\xi$ , der Bindungsvektor im verformten Zustand  $\mathbf{Y}$  sowie die Verschiebungen  $\mathbf{u}$  innerhalb des Horizonts benötigt:

$$(3) \quad \mathbf{Y}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) = \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi} = (\mathbf{u}' + \mathbf{x}') - (\mathbf{u} + \mathbf{x})$$

$$\text{wobei } \boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \text{ und } \boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$$

Der Deformationsgradient ergibt sich anschließend zu:

$$(4) \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \left[ \int_{H_x} \omega(|\xi|) (\mathbf{Y}(\xi) \otimes \xi) dV_\xi \right] \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x})^{-1}$$

mit dem Formtensor  $\mathbf{K}$ :

$$(5) \quad \mathbf{K}(\mathbf{x}) = \left[ \int_{H_x} \omega(|\xi|) (\xi \otimes \xi) dV_\xi \right]^{-1}$$

$\omega(|\xi|)$  ist eine Gewichtungsfunktion für die Bindungen. In dieser Arbeit wird sie als konstant mit 1 angenommen.

Durch die Wahl einer anderen Gewichtungsfunktion können Punkte näher am Referenzpunkt stärker gewichtet werden. Die Dehnung wird aus dem Deformationsgradienten abgeleitet. In dieser Arbeit wird der Green-Lagrange Dehnungstensor  $\mathbf{E}$  verwendet, da er rotationsinvariant ist:

$$(6) \quad \mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$$

Der Zweite Piola-Kirchhoff-Spannungstensor  $\mathbf{S}$  wird aus dem Green-Lagrange Dehnungstensor berechnet, und daraus wird der Erste Piola-Kirchhoff-Spannungstensor  $\mathbf{P}$  abgeleitet:

$$(7) \quad \mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$$

$$(8) \quad \mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$$

Die peridynamische Kraft  $\mathbf{t}$  ergibt sich zu:

$$(9) \quad \mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \omega(|\xi|) \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{K}(\mathbf{x})^{-1} \xi$$

Mit diesem Kraftzustandsvektor kann die Bewegungsgleichung integriert werden.

### 2.2. Nullenergiemoden

Bei dem non-ordinary state-based Peridynamik (NOSB) Ansatz können Nullenergiemoden auftreten, ähnlich dem Hourglassing-Effekt in der FEM. In diesem Fall ist es möglich, dass ein Punkt seine Position ändern kann, ohne den Deformationsgradienten zu beeinflussen, was zu unphysikalischen Oszillationen führt. Zur Stabilisierung stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. In dieser Arbeit wird ein bindungsaugmentierter Ansatz verwendet [13]. Dabei wird der Deformationsgradient für jede Bindung einzeln berechnet und durch einen penalty Faktor ergänzt, der die Nullenergiemoden unterdrückt.

Wird der penalty Faktor auf 1 gesetzt, entspricht die Methode der ursprünglichen NOSB-Formulierung. Der Wert sollte möglichst groß gewählt werden. Da bei zu hohen Parametern numerische Rundungsfehler dazu führen können, dass die Matrix  $\mathbf{K}$  singular wird in dieser Arbeit ein penalty Faktor von  $\lambda = 1.0e+5$  verwendet. Der Deformationsgradient einer Bindung ergibt sich zu:

$$(10) \quad \mathbf{F}_{ij} = \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (\omega(\xi_{ik}) \mathbf{Y}(\xi_{ik}) \otimes \xi_{ik} V_k) \right) \mathbf{K}_{ij} + (\lambda \omega(\xi_{ij}) (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \otimes (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) V_j)$$

$$(11) \quad \mathbf{K}_{ij} = \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (\omega(\xi_{ik}) \mathbf{X}(\xi_{ik}) \otimes \mathbf{X}(\xi_{ik}) V_k) \right) + (\lambda \omega(\xi_{ij}) (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \otimes (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) V_j)$$

Die Formel entspricht im Aufbau der Gleichung (4). Im Unterschied dazu wird der Deformationsgradient jedoch nicht punktweise, sondern für jede einzelne Bindung berechnet. Der penalty Faktor  $\lambda$  wird dabei für die jeweilige Bindung  $\xi_{ij}$  berücksichtigt. Die Dehnungen und Spannungen werden auch bindungsweise ermittelt, woraus sich schließlich die Bindungskräfte  $\mathbf{T}$  bestimmen lassen. Auf diese Weise können klassische Versagenskriterien unmittelbar auf eine Bindung angewendet werden. Die Bindungskraft der Bindung  $\xi_{ij}$  wird unter Verwendung des Volumenanteils jeder Bindung am gesamten Horizont des Punktes  $i$  sowie des Ersten Piola-Kirchhoff-Spannungstensors  $\mathbf{P}$  der Bindung berechnet.

$$(12) \mathbf{T}(\mathbf{x}_i, t) \langle \xi_{ij} \rangle = \left( \sum_{\substack{k=i \\ k \neq j}}^n \frac{V_k}{V_i} \omega \langle \xi_{ij} \rangle \mathbf{P}_{ik} \mathbf{K}_{ik}^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \right) + \frac{V_j}{V_i} \lambda \omega \langle \xi_{ij} \rangle \mathbf{P}_{ij} \mathbf{K}_{ij}^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$

### 2.3. Zeitintegration

Für die Zeitintegration wurde der Velocity-Verlet-Algorithmus verwendet. Diese Methode kam in den dynamischen Simulationen zur Anwendung. Die kinematischen Variablen werden mithilfe der folgenden Gleichungen berechnet. Die peridynamische Kraft des Punktes  $i$ ,  $\mathbf{F}_{i,Peri}$ , ergibt sich gemäß Gleichung (2) durch Integration der Bindungskräfte über den Horizont. Die maximale Zeitschrittweite wird auf Grundlage der Courant-Friedrichs-Lewy-(CFL)-Bedingung bestimmt, um eine stabile Berechnung sicherzustellen. Der aktuelle Zeitschritt wird mit  $n$  bezeichnet.

$$(13) \mathbf{u}_i^{n+1} = \mathbf{u}_i^n + \dot{\mathbf{u}}_i^n \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{u}}_i^n \Delta t^2$$

$$(14) \ddot{\mathbf{u}}_i^{n+1} = \frac{F_{Peri}(\mathbf{x}(t+\Delta t))}{m_i}$$

$$(15) \dot{\mathbf{u}}_i^{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_i^n + \frac{1}{2} (\ddot{\mathbf{u}}_i^n + \ddot{\mathbf{u}}_i^{n+1}) \cdot \Delta t$$

Für die statischen Simulationen wurde die Verlet-Methode eingesetzt. Zur Erreichung des Gleichgewichtszustands kam die adaptive dynamische Relaxation (ADR) zur Anwendung [14].  $\Lambda_{ii}$  bezeichnet dabei die Koeffizienten der Dichtematrix.

$$(16) \mathbf{u}_i^{n+1} = \frac{2\Delta t^2 \mathbf{F}_{i,Peri}^n + 4\mathbf{u}_i^n + (c^n \Delta t - 2)\mathbf{u}_i^{n-1}}{2 + c^n \Delta t}$$

$$(17) c^n = 2 \cdot \sqrt{\frac{(\mathbf{u}^n)^T \mathbf{k}^n \mathbf{u}^n}{(\mathbf{u}^n)^T \mathbf{u}^n}}$$

$$(18) k_{ii}^n = -\frac{1}{\Lambda_{ii}} \frac{F_{i,Peri}^n - F_{i,Peri}^{n-1}}{\mathbf{u}_i^n - \mathbf{u}_i^{n-1}}$$

### 2.4. Modellierung der Patch Stoßstellen

Der Deformationsgradient wird auch über die Patch-Grenzen hinweg unter Verwendung des gesamten Horizonts bestimmt. Da der Deformationsgradient für jede Bindung einzeln berechnet wird, kann auf die Bindung zwischen zwei Patches zusätzlich ein Materialmodell für die Matrix angewendet werden, wodurch die Steifigkeit realitätsnah erfasst wird. Innerhalb jedes Patches kommt ein Materialmodell für eine UD-Schicht zur Anwendung. Als Versagenskriterium für die Bindungen zwischen den Patches wurde das von-Mises-Kriterium gewählt. Die Darstellung der Bindungen über die Patch-Grenzen ist in BILD 3 dargestellt: Die blauen Linien kennzeichnen die Patch-Grenzen, die roten Linien die Bindungen zwischen den einzelnen Punkten.

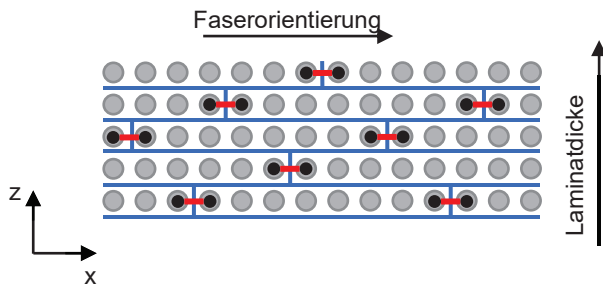


BILD 3. Gepatchtes Laminat mit Bindungen zwischen zwei Patches

## 3. MODELLAUFBAU

Für die Simulation wurde für die einzelnen Schichten ein NOSB Modell als Scheibe verwendet. Das Lagen können dadurch nur Kräfte in der Ebene aufnehmen. Die Faserrichtung kann klassisch über die Rotation der Steifigkeitsmatrix einer UD-Schicht abgebildet werden. Für die Belastungen außerhalb der Ebene wurde ein bond-based Ansatz gewählt wie in [15] gewählt. Die Diskretisierung wurde in der Laminatenebene gleichmäßig gewählt. Die Horizontgröße entspricht dreimal dem Punktabstand. Außerhalb der Ebene wurde die Schicht darüber und darunter berücksichtigt. Dadurch ergibt sich ein zylinderförmiger Horizont. Zur Verifizierung des entwickelten Modells wurden verschiedene Lastfälle unter Verwendung kontinuierlicher Fasern untersucht, darunter Zug-, Scher- und Biegebelastungen. Anschließend wurde das Modell auf FPP-Laminat erweitert. Die Implementierung erfolgte in C++. Der Green-Dehnungstensor berücksichtigt dabei große Rotationen. Da die Modelle mit dem statischen Zustand verglichen wurden, wurde die adaptive dynamische Relaxation (ADR) in die Bewegungsgleichung integriert. Der Vergleich mit der statischen FEM-Analyse erfolgte, nachdem die Schwingungen abgeklungen waren.

## 4. ERGEBNISSE

### 4.1. Verifikation der Modellsteifigkeit mit Endlosfasern

Für die Verifikation der Modellsteifigkeit wurden verschiedene Simulationen durchgeführt. Dabei wurde die Verformung und die Reaktionskraft mit den Werten aus dem FEM Berechnung verglichen.

Es wurden Zugversuche an UD-Schichten mit verschiedenen Faserwinkeln simuliert. Dabei wurden 16 Lagen modelliert. Die Randbedingungen wurden mit einer Breite von 4 Punkten an den Randknoten aufgebracht (BILD 4).

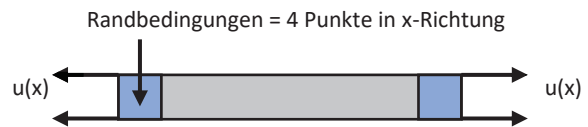


BILD 4. Randbedingungen für die Zugversuche

	$F_{reak}$ Peridynamik [N]	$F_{reak}$ FEM [N]	Fehler [%]
Zug 0°	32586	32419	0,52
Zug 90°	1801,6	1792,6	0,50
Zug 45°	2851,9	2831,8	0,71
Zug Dickenrichtung	89630	89552	0,09

TABELLE 1 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen der FEM und der Peridynamik.

## 4.2. Experimentelle Untersuchungen

### 4.2.1. FPP Zugversuch

Es wurde ein Zugversuch an einer gepatchten UD-Probe durchgeführt. Die Überlappungen der Patches sind über die Laminatdicke ungleichmäßig verteilt, da dadurch die höchste Festigkeit erreicht wird [16]. Das Prüfmuster besteht aus zehn Lagen (Dicke 1,33 mm) mit einer Breite von 15 mm. Die Dehnungen wurden mittels digitaler Bildkorrelation (DIC) erfasst. Das Versagen tritt durch eine Delamination der Patches auf, während die Fasern intakt bleiben. Vor dem Versagen zeigen die DIC-Bilder einen Anstieg der Dehnung an den Patcheübergängen (BILD 5).

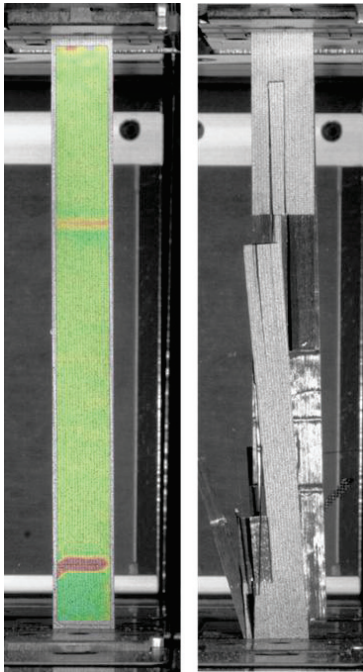


BILD 5. Gepatchte Zugprobe / links DIC Messung / rechts gebrochene Probe

Auf Grundlage der DIC-Daten wurde ein virtuelles Extensometer erstellt, um die Kraft-Dehnungs-Beziehung zu analysieren. Der Kraftverlauf steigt linear an, die Streuung ist gering. Die Bruchkräfte liegen in einem ähnlichen Bereich (BILD 6).

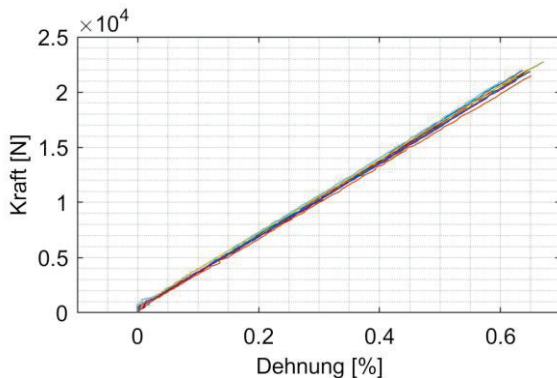


BILD 6. Kraft-Dehnungs-Diagramm des Zugversuchs von 11 Proben

### 4.2.2. FPP Biegeversuch

Ein Vierpunkt-Biegeversuch wurde an einem gepatchten UD-Laminat durchgeführt, um das Verhalten eines FPP-Laminats unter Biegung zu untersuchen. Die Dicke betrug 1,96 mm, die Breite 15 mm. Dieser Versuch wurde gewählt, da das Biegemoment im Bereich zwischen den inneren Auflagern konstant ist und keine Querkraft wirkt. Eine Patch-Verbindung befindet sich an der Unterseite des Bauteils zwischen den beiden Auflagern. Beim Versagen löst sich der Patch an dieser Stelle aufgrund des maximalen Biegemoments. Die Kraft kann nachdem sich der Patch gelöst hat noch weiter gesteigert werden. Das endgültige Versagen der Probe erfolgt durch Faserbruch (BILD 7).

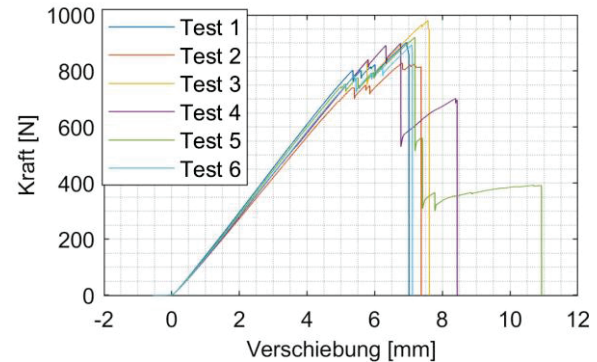


BILD 7: Kraft-Verschiebungsdiagramm gepatchte Biegeprobe

### 4.2.3. Impactversuch

Es wurden Impact Tests an gepatchten Probenplatten mit den Abmaßen 150 mm x 100 mm x 3,86 mm durchgeführt. Der Lagenaufbau war  $[(45/0/-45/90)_4]_s$ . Das Fenster des Impactprüfstandes war 100 mm x 75 mm. Die Impactenergie betrug 27 J. Der Impactor hatte einen Kugelradius von 8 mm. Außerdem wurden Referenzplatten mit Endlosfaserlaminat und dem gleichen Lagenaufbau getestet.

Der Kraft-Zeit Verlauf ist am Anfang ähnlich. Die Platten des Endlosfaserlaminats zeigen eine etwas höhere max. Kraft, als die gepatchten Platten. Der Kraft-Weg Verlauf ist am Anfang auch ähnlich, die gepatchte Platte zeigt eine etwas höhere max. Durchbiegung (BILD 8, BILD 9).

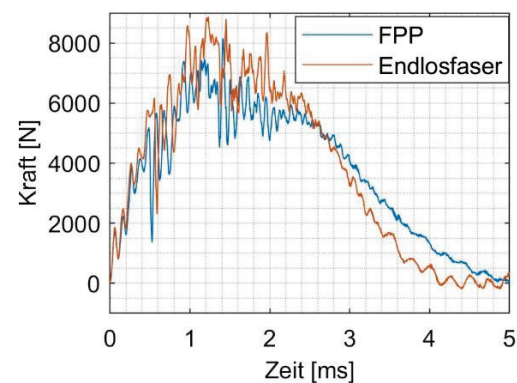


BILD 8. Kraft-Zeit-Diagramm des Impacts

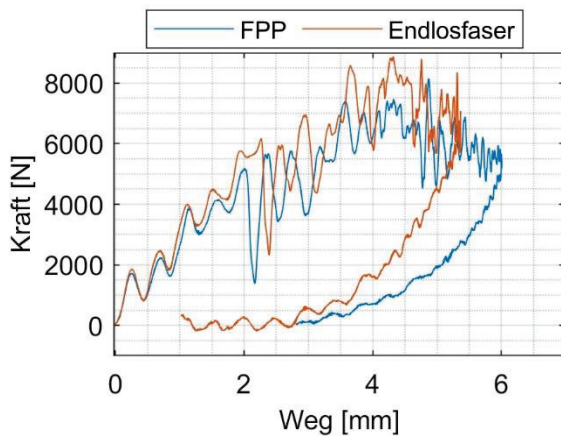


BILD 9. Kraft-Weg-Diagramm des Impacts

Bei den Proben ist auf der Oberseite nur eine kleine Vertiefung zu sehen, auf der Rückseite steht ein Patch ab. Bei den Proben mit Endlosfasern waren auf der Rückseite Faserbrüche erkennbar (BILD 10).

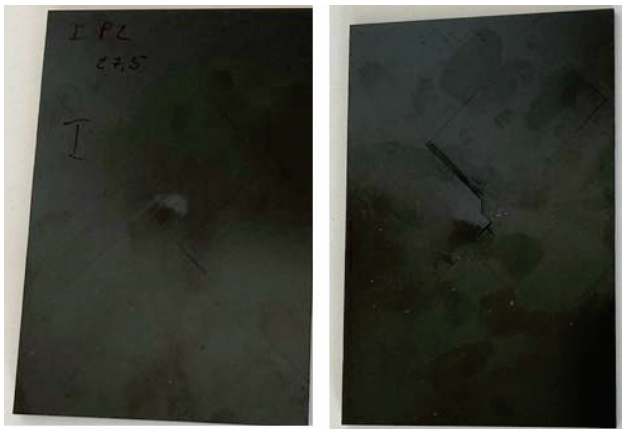


BILD 10. Gepatchte Platte nach Impact: links Vorderseite, rechts Rückseite

## 5. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In dieser Arbeit wurde ein peridynamisches Modell zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Fiber-Patch-Placement Laminaten entwickelt. Es wurden Zug-, Biegeversuche an unidirektionalen FPP-Laminaten durchgeführt. Die Verifizierung des Modells zeigt eine gute Übereinstimmung bei Beanspruchungen in Laminebene. Die experimentellen Zugversuche zeigten einen linearen Verlauf der Kraft-Weg-Kurven. Im Biegeversuch konnte nach dem ersten Schädigungsereignis eine weitere Kraftsteigerung beobachtet werden. Bei den Impactversuchen zeigten die FPP-Laminat ein weiches Verhalten, und ähnlich wie im Biegeversuch kam es zum Ablösen einzelner Patches auf der Seite mit Zugbelastung.

Im nächsten Schritt soll das entwickelte Modell für die Simulation von Impactbelastungen erweitert werden. Zudem wird eine detaillierte Schadensanalyse mittels Ultraschall durchgeführt, um die experimentellen Ergebnisse mit den numerischen Vorhersagen vergleichen zu können. Abschließend sind Compression-After-Impact-(CAI)-Tests

vorgesehen, um die Resttragfähigkeit der geschädigten FPP-Laminat zu bewerten und eine umfassende Validierung des Modells zu ermöglichen.

## References

- [1] S. A. Silling, "Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 48, no. 1, pp. 175–209, 2000, doi: 10.1016/S0022-5096(99)00029-0.
- [2] S. A. Silling, M. Epton, O. Weckner, J. Xu, and E. Askari, "Peridynamic States and Constitutive Modeling," *J Elasticity*, vol. 88, no. 2, pp. 151–184, 2007, doi: 10.1007/s10659-007-9125-1.
- [3] A. Yaghoobi and M. G. Chorzepa, "Higher-order approximation to suppress the zero-energy mode in non-ordinary state-based peridynamics," *Computers & Structures*, vol. 188, pp. 63–79, 2017, doi: 10.1016/j.compstruc.2017.03.019.
- [4] I. Javaheri, J. Luo, A. Lakshmanan, and V. Sundararaghavan, "Higher-Order Approximations for Stabilizing Zero-Energy Modes in Non-Ordinary State-Based Peridynamics Models," *AIAA Journal*, vol. 60, no. 8, pp. 4906–4922, 2022, doi: 10.2514/1.J061453.
- [5] H. Chen and B. W. Spencer, "Peridynamic bond-associated correspondence model: Stability and convergence properties," *Numerical Meth Engineering*, vol. 117, no. 6, pp. 713–727, 2019, doi: 10.1002/nme.5973.
- [6] H. Chen, "Bond-associated deformation gradients for peridynamic correspondence model," *Mechanics Research Communications*, vol. 90, pp. 34–41, 2018, doi: 10.1016/j.mechrescom.2018.04.004.
- [7] F. Bobaru, J. T. Foster, P. H. Geubelle, and S. A. Silling, Eds., *Handbook of Peridynamic Modeling*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2016. [Online]. Available: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781315373331>
- [8] Erkan Oterkus and Erdogan Madenci, "Peridynamic analysis of fiber-reinforced composite materials,"
- [9] M. Ghajari, L. Iannucci, and P. Curtis, "A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 276, pp. 431–452, 2014, doi: 10.1016/j.cma.2014.04.002.
- [10] Y. L. Hu and E. Madenci, "Bond-based peridynamic modeling of composite laminates with arbitrary fiber orientation and stacking sequence," *Composite Structures*, vol. 153, pp. 139–175, 2016, doi: 10.1016/j.compstruct.2016.05.063.
- [11] A. Javili, R. Morasata, E. Oterkus, and S. Oterkus, "Peridynamics review," *Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 24, no. 11, pp. 3714–3739, 2019, doi: 10.1177/1081286518803411.
- [12] Cevotec GmbH.
- [13] Y. Hou and X. Zhang, "A bond-augmented stabilized method for numerical oscillations in non-ordinary state-based peridynamics," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 307, p. 110276, 2024, doi: 10.1016/j.engfracmech.2024.110276.
- [14] B. Kilic and E. Madenci, "An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 53, no. 3, pp. 194–204, 2010,

doi: 10.1016/j.tafmec.2010.08.001.

- [15] E. Madenci and E. Oterkus, *Peridynamic theory and its applications*. New York, NY: Springer, 2014.
- [16] B. P. Horn, "Beitrag zum Materialverständnis von langfaserpatch-verstärkten Bauteilen," Dissertation, Verlag Dr. Hut.

**Kontaktadresse:**

[matthias.kornmann@tha.de](mailto:matthias.kornmann@tha.de)